

## Oponentský posudok na habilitačnú prácu

Mgr. Jozef Kiseľák, PhD.:

### Dynamical systems as a communication channel between pure mathematics and applied science

Predložená habilitačná práca je súbor desiatich publikovaných vedeckých prác Dr. Kiseľáka, doplnený autorovým komentárom, čo je v súlade so zákonom o vysokých školách. Dve práce sú samostatné, osem prác je v spoluautorstve. Tieto práce, čiastočne z čistej, ale väčšinou aplikovanej matematiky (ak si môžeme dovoliť matematiku takto členiť) sú pomerne rôznorodé, autor ich však vo svojom komentári v istom zmysle zjednocuje pomocou pojmu dynamického systému v širokom zmysle slova. Roztriedil ich do skupín podľa toho, či v danom prípade ide o deterministický alebo stochastický systém a či je čas spojitý alebo diskretný. Výber prác dokumentuje široké vedecké zameranie autora, zo štyroch možností chýbajú len práce zaradené k deterministickým systémom s diskretným časom.

Snaha autora nájsť zjednocujúci prvok pre tieto články je zrejmá aj zo zaujímavého nadpisu habilitačnej práce. Čitateľ si však nesmie predstavovať, že by snád' v používanej matematickej klasifikácii mali práce zaradenie "37 Dynamické systémy a ergodická teória". Opak je pravdou, ide o práce s rôznymi inými klasifikáciami, od diferenciálnych a integrálnych rovníc až po klasifikácie z oblasti pravdepodobnosti a stochastických procesov a štatistiky.

V časti "Introduction and Overview" je na strane 8 definícia dynamického systému ako akcie monoidu. Zdá sa, že autor ju dáva (?) do súvisu s [23], ale položke [23] v zozname literatúry chýbajú podstatné bibliografické údaje a pojem dynamického systému ako akcie grupy (neskôr aj pologrupy či monoidu) je klasický pojem, používaný už koncom 19. storočia, pod názvom transformačná grupa (napr. Sophus Lie, *Theorie der Transformationsgruppen. Erster Abschnitt. Unter Mitwirkung von Dr. Friedrich Engel bearbeitet. Leipzig, Teubner, 1888*).

Potom v kapitolách 1,2 a 3 nasleduje autorov komentár k vybraným prácam. Autor sa tu sústreďuje na "tie časti článkov, ktoré boli najdôležitejšie z hľadiska teórie dynamických systémov spolu s ich dopadom na konkrétne problémy súvisiacej aplikácie." Je to asi 20 strán hutne písaného textu, s častými odkazmi na autorove i iné články, preto je to ťažké čítanie, navyše mnohé definície treba vyhľadávať inde (napr. na str. 32 a ďalších sa hovorí o pojme copula, ale čitateľ sa musí dovtípiť, kde hľadať definíciu, v tomto prípade na str. 152).

Väčšinu zo zhruba dvestostranovej habilitačnej práce predstavuje desať autorových článkov. Pestrosť tohto výberu článkov presvedčivo ukazuje, že Dr. Kiseľák má v matematike široký záber, s dôrazom na aplikácie matematiky, od diferenciálnych rovníc cez časové rady až po stochastické procesy, v prírodovedných a technických disciplínach. To iste je a aj naďalej bude veľkým prínosom pre jeho pedagogické pôsobenie. Študenti ho iste nedostanú do rozpakov otázkou, načo je dobrá matematika.

V habilitačnej práci mi chýba časť, ktorú by bolo možné nazvať "Možnosti ďalšieho výskumu". Domnievam sa totiž, že v každej habilitačnej práci by mal uchádzač v nejakej prehľadnej forme, napr. v závere práce, preukázať prehľad/fantáziu o tom, aké sú možné ďalšie smery výskumu v načatej problematike, čo sú dobré otázky apod. Môže to mať aj formu akéhosi náčrtu autorových vedeckých plánov aspoň do blízkej budúcnosti.

Angličtina v práci nie je vždy perfektná (ani moja nie je), ale je dostatočne dobrá, aby nevznikali nedorozumenia. Všimol som si, že tak ako sa v práci [2] publikovanej pred ôsmimi rokmi v tvrdeniach opakovane namiesto správneho "If A then B." píšú dve vety "If A. Then B.", tak to autor žiaľbohu preniesol aj do komentárov v habilitačnej práci. V komentároch je dost' tlačových chýb.

Mám niekoľko ďalších poznámok. Na str. 11, v Example 4, je  $\Phi^n(x) = x + hF(x)$  naozaj správne? Nerozumiem, prečo sa na str. 21 v časti III) príslušná derivácia vyčísluje v akomsi bode  $t = d$ , keď sa o takto už vyčíslenej derivácii zároveň tvrdí, že je nenulová pre  $t$  patriace do akýchsi intervalov.

Definícia dynamického systému na str. 8 formálne nie je celkom v poriadku, lebo  $\Phi^t$  (pri danom  $t$ ) je zobrazenie  $M \rightarrow M$  a nie zobrazenie (pod)množiny  $T \times M$  do  $M$ . Treba rozlišovať medzi  $\Phi: T \times M \rightarrow M$  a  $\Phi^t: M \rightarrow M$ . Mám otázku, či sú podmienky I), II), III) v definícii nezávislé.

Habilitačná práca ako celok je kvalitná, je zrejmé že autor o.i. hlboko prenikol do mnohých metód používaných v aplikovanej matematike. Vezmúc do úvahy tento fakt ako aj pedagogickú a celkovú vedeckú činnosť uchádzača, **odporúčam, aby mu po úspešnej obhajobe habilitačnej práce bola udelená vedecko-pedagogická hodnosť "docent"**.

Banská Bystrica, 10. 9. 2021

Prof. RNDr. Ľubomír Snoha, DSc., DrSc.  
Katedra matematiky  
Fakulta prírodných vied  
Univerzita Mateja Bela  
Tajovského 40  
974 01 Banská Bystrica  
lubomir.snoha@umb.sk