

Viktor Witkovský: Posudok habilitačnej práce

RNDr. Daniel Klein, PhD.: „Estimation and Testing in Multivariate Linear Models“ predloženej do habilitačného konania v odbore Matematika. Ústav matematických vied Prírodovedeckej Fakulty Univerzity Pavla Jozefa Šafárika v Košiciach, Košice 2021.

Vážený pán

**doc. RNDr. Roman Soták, PhD.,
predseda Vedeckej rady a dekan PF UPJŠ
Univerzita Pavla Jozefa Šafárika v Košiciach
Prírodovedecká Fakulta
Šrobárova 2, 041 54 Košice**

Cc:

**Oddelenie vedy, výskumu a rozvoja PF UPJŠ
Mgr. S. Molnárová, pfsekret@upjs.sk**

Posudok na habilitačnú prácu RNDr. Daniela Kleina, PhD.: Estimation and Testing in Multivariate Linear Models

Habilitačná práca RNDr. Daniela Kleina, PhD. je zameraná na teoretické a výpočtové aspekty odhadovania neznámych parametrov a testovanie štatistických hypotéz o strednej hodnote a o kovariančnej štruktúre v mnohorozmernom lineárnom modeli, so špeciálnym zameraním na model rastových kriviek (a jeho zovšeobecnenia) a na dvojúrovňový mnohorozmerný lineárny model.

Za špeciálnych predpokladov o štruktúre týchto modelov a o rozdelení chýb merania (v práci sa uvažuje predpoklad normality rozdelenia chýb merania) a s elegantným využitím pokročilých techník práce s tenzorom (vrátane zavedenia a využitia nových originálnych maticových operátorov *partial trace* a *block trace*) sú v práci odvodené explicitné (alebo implicitné) tvary odhadov parametrov a navrhnuté a odvodené sú tvary testovacích štatistik pre testy hypotéz o strednej hodnote a štruktúre kovariančnej matice (LRT resp. RST). Algebraicky sú odvodené vybrané vlastnosti testov a správanie sa rozdelenia testovacích štatistik je skúmané teoreticky a pomocou Monte Carlo simulácií. V práci sú študované teoretické vlastnosti odhadov a testov, odvodenie exaktných resp. asymptotických pravdepodobnostných rozdelení testovacích štatistik za platnosti nulovej hypotézy ako aj porovnanie sily testov za alternatívny, výpočtová zložitosť odhadov a testov, ako aj návrh optimálnych výpočtových algoritmov. Uvedené metódy a navrhnuté postupy sú vhodne ilustrované na reálnych dátach.

Základom habilitačnej práce RNDr. Daniela Kleina, PhD. je súbor 12 vybraných vedeckých článkov zameraných na problematiku odhadovania a testovania parametrov v mnohorozmernom lineárnom modeli, ktoré boli publikované v období 2009-2018 v renomovaných vedeckých časopisoch v oblasti matematickej štatistiky a lineárnej algebry (v časopisoch evidovaných v databázach *Current Contents*, *WOS*, *Scopus*, resp. v zahraničných časopisoch evidovaných v iných významných databázach zameraných na matematické a štatistické publikácie) a jednu prácu publikovanú v monotematickom editovanom zborníku prác vydanom v nakladateľstve *World Scientific Publishing*. Treba však poukázať, že ide len o čiastočný výber z autorových prác, ktoré sú venované danej problematike. V habilitačnej práci sú citované aj mnohé ďalšie práce a výsledky autora, ktoré boli publikované

Viktor Witkovský: Posudok habilitačnej práce

RNDr. Daniel Klein, PhD.: „Estimation and Testing in Multivariate Linear Models“ predloženej do habilitačného konania v odbore Matematika. Ústav matematických vied Prírodovedeckej Fakulty Univerzity Pavla Jozefa Šafárika v Košiciach, Košice 2021.

v rešpektovaných časopisoch zameraných na matematickú štatistiky a analýzu mnohorozmerných dát, ale nebolo ich možné zahrnúť do tohto výberu z priestorových dôvodov. To svedčí o mimoriadnej kvalite predložených výsledkov.

Úvodná časť habilitačnej práce je napísaná v anglickom jazyku v rozsahu 37 strán. Je tvorená podrobným výkladom k problematike odhadovania neznámych parametrov mnohorozmerných modelov a testovania štatistických hypotéz v mnohorozmerných lineárnych modeloch s komentárom k vybraným dosiahnutým výsledkom autora. Práca je formálne a aj tematicky rozčlenená do troch kapitol (logicky ucelených celkov), ktoré podrobne popisujú riešenú problematiku a autorove prínosy uvedené v publikovaných článkoch z rôznych uhlov pohľadu: 1) *Multivariate linear model* (komentár k výsledkom prác [P3] a [P5]), 2) *Special covariance structure* (komentár k výsledkom prác [P1], [P2] a [P4]), 3) *Two-level multivariate model* (komentár k výsledkom prác [P6] - [P12]). Okrem toho autor v tejto časti uvádza 83 odkazov na relevantnú vedeckú literatúru resp. iné súvisiace práce (vrátane ďalších vlastných prác mimo uvedeného zoznamu vybraných prác).

Štýl habilitačnej práce a vybraných publikácií je vedecky korektný a veľmi kultivovaný. Uvedené výsledky sú na vysokej matematickej úrovni, vždy formálne presné. Práce [P3] a [P5] prezentujú originálne teoretické výsledky o odhadoch parametrov v mnohorozmemom lineárnom modeli a modeli rastových kriviek za podmienky ortogonality medzikupinových dizajnových matíc. Odvodené boli maximálne vierohodné odhady neznámych parametrov. Vďaka podmienke ortogonality sa podarilo odvodiť vo všeobecnosti aj ich momenty. Práce [P1], [P2] a [P4] sa zameriavajú na problematiku špeciálnych kovariančných štruktúr, najmä na rovnomenrnu a seriálne korelačnú štruktúru, blokovo rovnomenrnu a kroneckerovskú štruktúru. Pre model rastových kriviek s rovnomenrou a seriálou štruktúrou boli v týchto v prácach odvodené tvary odhadov neznámych parametrov a popísané boli aj ich niektoré štatistické vlastnosti. Posledná (najrozšiahlejšia) časť habilitačnej práce, zahŕňajúca výsledky prác [P6]-[P12], je venovaná dvojúrovňovému mnohorozmernému lineárnemu modelu. Tu je veľmi prirodzeným predpokladom, že kovariančná matica má špecifickú (kroneckerovskú) štruktúru, čo je však potrebné otestovať. Štandardný test pomerom vierohodnosti (LRT) nie je možné použiť v prípade keď rozsah pozorovaného súboru je porovnateľný s dimenziou modelu, alebo je dokonca i menší ako je jeho dimenzia. V takom prípade, ako alternatíva k LRT, je v práci študovaný Raov skórový test (RST), ktorý je použiteľný aj v prípade, že veľkosť súboru neprevyšuje dimenziu modelu. Okrem toho, v oblasti testovania strednej hodnoty za predpokladu blokovo rovnomernej štruktúry boli v tomto modeli navrhnuté testy pre jednovýberový, dvojvýberový a párový problém. Pre model so strednou hodnotou v tvare zovšeobecneného modelu rastových kriviek s kroneckerovskou kovariančnou štruktúrou boli navrhnuté maximálne vierohodné odhady neznámych parametrov.

Uvedené výsledky autora považujem za významný a originálny prínos pre vedný odbor Matematika. Daniel Klein jasne preukazuje, že patrí medzi vyzreté vedecké osobnosti.

Keďže prezentované práce vznikli v spoluautorstve, bolo by vhodné v diskusii upresniť autorský podiel a špecifickú úlohu Dr. Kleina pri vzniku uvedených prác.

Z množstva uvedených výsledkov ja osobne vyzdvihujem predovšetkým originálne a elegantné využitie techník práce s tenzormi a využitie novozavedených maticových

Viktor Witkovský: Posudok habilitačnej práce

RNDr. Daniel Klein, PhD.: „Estimation and Testing in Multivariate Linear Models“ predloženej do habilitačného konania v odbore Matematika. Ústav matematických vied Prírodovedeckej Fakulty Univerzity Pavla Jozefa Šafárika v Košiciach, Košice 2021.

operátorov (*partial trace matrix, block trace matrix*), ktoré napomohli k výraznému zjednodušeniu zápisu odvodených optimálnych odhadov a testovacích štatistik v komplikovaných štrukturálnych modeloch, k elegantnej prezentácii dôkazov uvedených matematicko-štatistických výsledkov, ako aj k zjednodušeniu ich počítačovej implementácie. Okrem toho, za veľmi zaujímavý prínos práce autora považujem navrhnuté prístupu a metódy k odvodeniu a výpočtu exaktných rozdelení testovacích štatistik LRT a RST za platnosti nulovej hypotézy ako aj za alternatívy. Za otvorenú výzvu pre budúci výskum považujem možnosť rozšírenia výskumu pre prípad, keď chyby merania nemusia splňať obmedzenie iba na normálne rozdelenie (ako prirodzená alternatíva pre rozšírenie sa tu ponúkajú špeciálne triedy eliptických rozdelení).

Predložená habilitačná práca RNDr. Daniela Kleina, PhD. „*Estimation and Testing in Multivariate Linear Models*“ spĺňa všetky požiadavky kladené na dizertačnú prácu v zmysle Vyhlášky Ministerstva školstva, vedy, výskumu a športu Slovenskej republiky z 22. júla 2019 o postupe získavania vedecko-pedagogických titulov a umelecko-pedagogických titulov docent a profesor.

Vzhľadom na uvedené, a vzhľadom aj na ďalšie dosiahnuté vedecké a pedagogické výsledky RNDr. Daniela Kleina, PhD., navrhujem, aby mu bol udelený vedecko-pedagogický titul docent v odbore Matematika.

V Bratislave, 29.12.2021.

**Viktor
Witkovský**

Digitálne podpísal
Viktor Witkovský
Dátum:
2021.12.29
13:24:09 +01'00'

Doc. RNDr. Viktor Witkovský, CSc.
Ústav merania SAV
Dúbravská cesta 9
84104 Bratislava
witkovsky@savba.sk